



Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za *elektrotehniko*

## Obdelava in analiza slike II

Stanislav Kovačič



<http://vision.fe.uni-lj.si/>



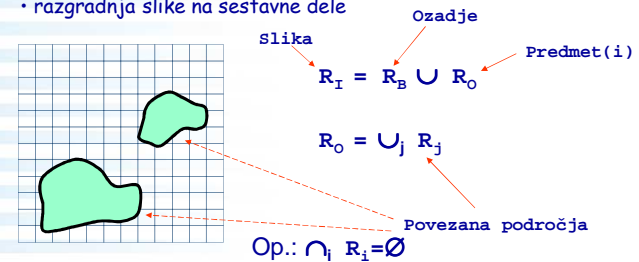
## Področja v sliki

Slika je sestavljena iz področij

- področja, ki pripadajo 'ozadju' (ozadje) in
- področja, ki pripadajo predmetom (objektom zanimanja).

Segmentacija (razgradnja, razčlenitev)

- razgradnja slike na sestavne dele



## Iz vsebine

- Segmentacija slik
- Iskanje - označevanje področij
- Morfološko filtriranje
- Opis oblike z obrisom
- Geometrijske transformacije
- Merjenje podobnosti, poravnavanje



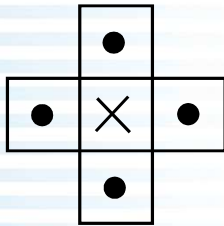
## Opis področja v sliki

- Področja predstavimo z mejami (robovi) – s slikovnimi elementi, ki so na meji med področji.
- Področje predstavimo s slikovnimi elementi, ki mu pripadajo. Poiščemo vse povezane slikovne elemente in jih označimo.
  - Rast področij (Angl. *Region growing*)
  - Algoritmi za označevanje (Angl. *Labeling*) ali 'barvanje' (Angl. *Coloring*).
  - Cepljenje in združevanje (Angl. *Split and Merge*).

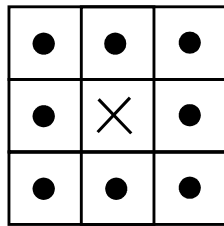


## Definicija povezanosti

Povezanost 4



Povezanost 8



- Sosed – neposredno povezan z izbranim  $\times$  slikovnim elementom
- Okolica – sosesčina, množica neposrednih sosedov

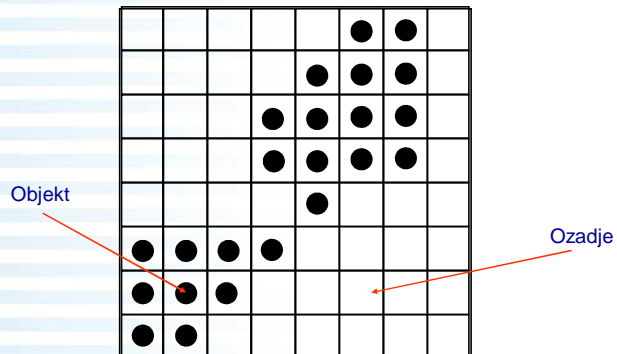


## Označevanje

- Poiščemo prvega – kateregakoli od slikovnih elementov, ki pripada področju – seme (Angl. *Seed*)
- Njemu (enega za drugim) pridružimo sosede - z njim povezane slikovne elemente – označimo z isto oznako oziroma 'barvo'.
- Klasičen primer rekurzije (imenovane v tem primeru tudi poplavljanje (Angl. *Flooding*)). Če je sosed 'primeren', ga obiščem in pobarvam.
- V primeru sivinske slike je razen povezanosti potrebno definirati še kriterij 'pripadnosti' k področju oz. kriterij *homogenosti*. Sosesta pridružim, če je izpolnjen pogoj homogenosti. Rast področij (Angl. *Region growing*).



## Definicija povezanosti



- Je množica točk objekta povezana ?
- Je množica točk ozadja povezana ?



## Označevanje - poplavljanje

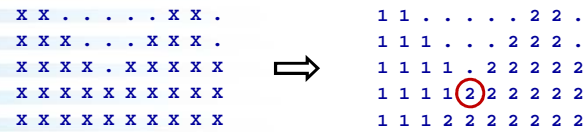
- Rekurzija
 

```
Barvaj( x, y )
{
  Barvam(x,y); // npr. Slika(x,y) = 255
  če Pogoj( Slika[x,y-1] ) Barvaj( x, y-1);
  če Pogoj( Slika[x,y+1] ) Barvaj( x, y+1);
  če Pogoj( Slika[x-1,y] ) Barvaj( x-1, y);
  če Pogoj( Slika[x+1,y+1] ) Barvaj( x+1,y+1);
}
```
- Pogoj za barvanje je lahko marsikaj
- Pozor: rekurzija zahteva velik sklad  
Za relativno majhna področja je to priporočen način.



## Označevanje

- Nerekurzivni algoritmi za označevanje so priporočljivi za relativno velika področja.
- Nerekurzivni algoritmi morajo rešiti "U problem".



- Princip je naslednji: Sliko pregledujemo v predpisanem vrstnem redu (z leve na desno, od zgoraj navzdol)
  - če bi slikovni element (verjetno) pripadal novemu področju, ga označi z novo oznako
  - če je en sosed že pobarvan, ga pobarvaj enako njemu
  - če je pobarvanih sosedov več, ga pobarvaj z eno od oznak in zabeleži ekvivalenco oznak.



## Razcep/združitev

- Razcepi/združi (Angl. Split and Merge)

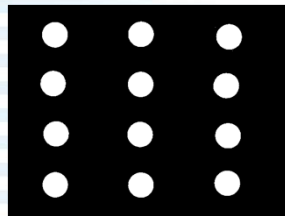
- Načelo je enostavno:
- Izberemo pogoj 'homogenosti' področja (sivina, barva, tekstura, ...)
- Začnemo z a priori delitvijo slike na področja (lahko vzamemo celo sliko)
  - Če dano področje ne izpolnjuje pogoja homogenosti, ga razcepi
  - Če področji izpolnjujeta pogoj homogenosti, ju združi.

- Pristop je očitno iterativen.
- Vprašanje: kje področja cepiti/združevati

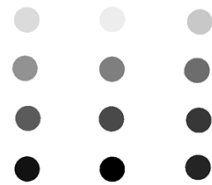
- Tipična izvedba: četverno drevo ( Angl. quad-tree)



## Označevanje - barvanje



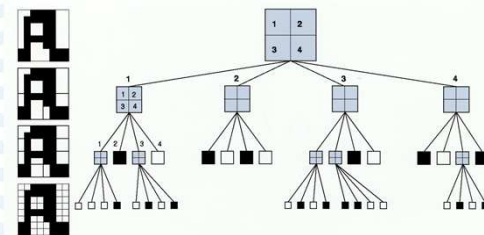
Binarna slika



Pobarvana (označena) slika



## Razcep/združitev



angl. (Split and Merge), quad-tree



## Morfološke operacije

Morfološke operacije (morfološko *filtriranje*) delujejo na področja in vplivajo predvsem na obliko področij.

Slike in področja slike obravnavamo kot množice slikovnih elementov.

Morfološke operacije se večinoma nanašajo na binarne slike, ni pa nujno.

Osnovne operacije:

- Skrčitev in razširitev
- Odpiranje in zapiranje
- Zadetek in zgrešitev
- Skeletonizacija oziroma tanjšanje

Področja uporabe:

Mikroskopski vzorci v biologiji, medicini, metalurgiji, ...  
Vizualno pregledovanje v industriji, ....

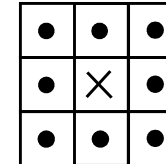


## Morfološke operacije

• Osnova morfološkim operacijam je 'strukturni element'.

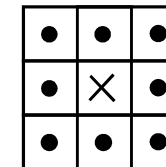
- Skrčitev (*erozija*)

Na primer (desno), če je vsaj en sosed iz ozadja, postane tekoči element ozadje.



- Razširitev (*dilatacija*)

če je vsaj en sosed iz ospredja, postane tekoči element „ospredje“.



## Morfološke operacije

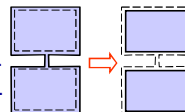
Osnovi morfološki operaciji sta:

- Skrčitev (*erozija*)

S tem se področje skrči (postane 'manjše').

Če je kje 'zelo tanko', se lahko tudi prekine.

Če je 'zelo majhno', lahko tudi izgine.

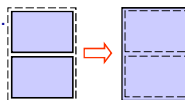


- Razširitev (*dilatacija*)

S tem se področje poveča (postane 'večje').

Če sta dve področji 'zelo skupaj', se lahko tudi stakneta - zlijeta v eno.

Če je 'porozno', lahko postane homogeno.



Op.: Skrčitev ter razširitev (tudi druge) sta dualni operaciji.

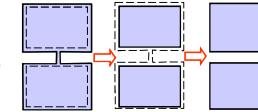
Skrčitev ozadja je razširitev področja predmeta.



## Morfološke operacije

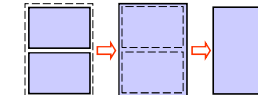
- Odpiranje (*angl. Opening*)

Področje najprej skrčimo, zatem razširimo. S tem tisto, kar ostane po skrčenju, 'povrnemo v prvotno stanje'.



- Zapiranje (*angl. Closing*)

Področje najprej razširimo, zatem skrčimo. S tem tisto, kar nastane po razširjenju, 'povrnemo v prvotno stanje'.



### Morfološke op.- odpiranje

### Morfološke operacije

- Tanjšanje (angl. Thinning) in skletonizacija.
- Skelet je množica tistih slikovnih elementov, ki so enako oddaljeni od vsaj dveh robnih elementov področja.

- Obstaja veliko algoritmov za tanjšanje
  - sekvenčni
  - paralelni

### Morfološke operacije

Zadetek in zgrešitev (angl. Hit or Miss)

V tem primeru strukturni element definira slikovne elemente, ki pripadajo področju predmeta in tudi ozadju.

○	○	●
○	×	●
●	●	●

Tekoči slikovni element se pripiše predmetu, če se njegova okolica natančno ujema s strukturnim elementom.

Na ta način lahko na primer tanjšamo.

• Op.: Osnova vsem morfološkim operacijam je 'strukturni element'.

### Morfološke op.- tanjšanje

Prvotna slika

Binarna slika

Minucija

Tanjšani sliki

Odprtje slike

Histogram



## Distančna transformacija

- (Angl. *Distance transform*) se po večini uporablja za binarne slike
- Vrednosti slikovnih elementov nadomestimo z razdaljo do pomembnih struktur v sliki
- Tipično: obris

```

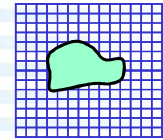
. . . . X . . . .   . . . . 1 . . . .
. . X X X X X . .   . . 1 1 2 1 1 .
. . X X X X X . .   . . 1 2 3 2 1 .
. . X X X X X . .   . . 1 1 2 1 1 .
. . . . X . . . .   . . . . 1 . . . .

```



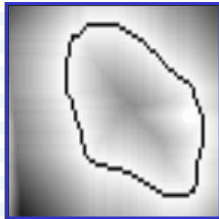
## Opis področij

- Položaj (npr. koordinati težišča)
- Smer (npr. glavne osi)
- Velikost (npr. ploščina, obseg)
- Oblika (npr. 'faktor' oblike)
- Videz (oblika, tekstura, fotometrične lastnosti)



## Distančna transformacija

- Razdalja od **robnih točk** – prileganje



- Veliko drugih primerov uporabe, npr. primerjanje s predlogo (Angl. *Template matching*, *Chamfer matching*)

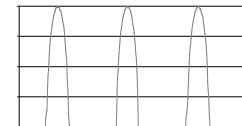


## Projekcije

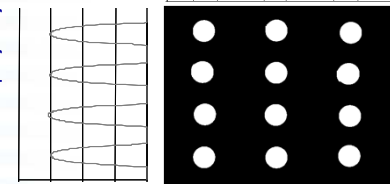
$$P_H(i) = \sum_j I(i, j)$$

$$P_V(j) = \sum_i I(i, j)$$

Horizontalna projekcija

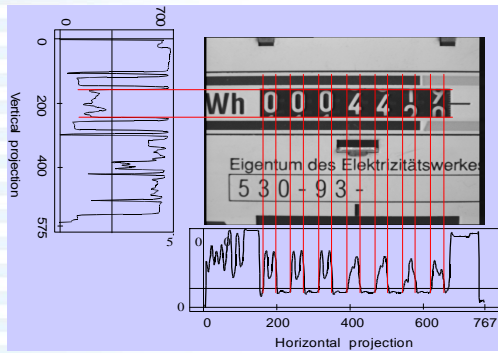


Vertikalna projekcija



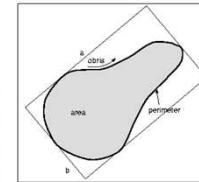


## Projekcije



## Oblika - ekscentričnost

ekscentričnost (tudi podolgovatost) =  
glavna os / pravokotnica na glavno os =  $a / b$



## Oblika

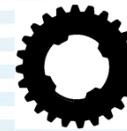
Faktorji oblike – globalne značilke

- kompaktnost, okroglost
- podolgovatost, ekscentričnost
- momenti
- .....
- upogibna energija obrisa



## Oblika - kompaktnost

Kompaktnost (ali okroglost) =  $\text{obseg}^2 / \text{ploščina}$



Kompaktnost = 7.4



Kompaktnost = 2.8



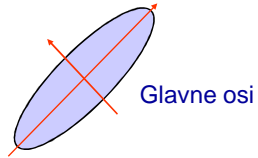
Kompaktnost = 1.1



## Momenti

Koordinati točke obravnavamo kot naključni spremenljivki.  
Momenti reda  $p+q=0,1,2,\dots$

$$m_{pq} = \sum_{x,y} x^p y^q f(x,y)$$



Centralni momenti

$$\mu_{pq} = \sum_{x,y} (x-x_c)^p (y-y_c)^q f(x,y) \quad x_c = \frac{m_{10}}{m_{00}}, \quad y_c = \frac{m_{01}}{m_{00}}$$

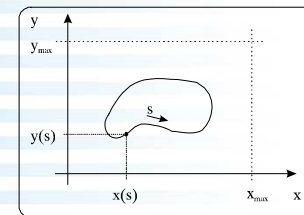
Številni primeri uporabe: opis oblike, določanje položaja, smeri, postavljanje v „normalno“ lego,...



## Opis področja v sliki

- A) Področja opišemo s slikovnimi elementi, ki mejijo z ozadjem.
- B) Področje predstavimo s slikovnimi elementi, ki mu pripadajo

- A) Poiščemo (sosednje) robne točke in jih povežemo v obris.
  - Algoritmi za obrisovanje (sledenje obrisu)



- Vhod je 2D slika
- Izhod je parametričen zapis krivulje (obrisa)
- Slika( x, y )  $\rightarrow$  (x(s), y(s))



## Centralni momenti drugega reda

$p+q=2$  (kovariance)

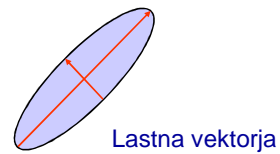
$$\mu_{pq} = \sum_{x,y} (x-x_c)^p (y-y_c)^q f(x,y)$$

$$\mu_{20} = \sum_{x,y} (x-x_c)^2 f(x,y)$$

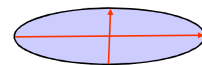
$$\mu_{11} = \sum_{x,y} (x-x_c) (y-y_c) f(x,y)$$

$$\mu_{02} = \sum_{x,y} (y-y_c)^2 f(x,y)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{2\mu_{11}}{\mu_{20} - \mu_{02}} \quad \longrightarrow$$

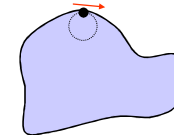


$$C = \begin{bmatrix} \mu_{20} & \mu_{11} \\ \mu_{11} & \mu_{02} \end{bmatrix} = MM^T$$



## Oblika iz obrisa

Upogibna energija  $BEN = \int_s k^2(s) ds$   $(x(s), y(s)), \quad (0 \leq s < L)$







## Oblika iz obrisa

### Ukrivljenost

$$k(s) = \frac{\ddot{y}\dot{x} - \dot{y}\ddot{x}}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \quad (x(s), y(s)), \quad (0 \leq s < L)$$

$$x(s, \sigma_i) = x(s) * g(s, \sigma_i), \quad y(s, \sigma_i) = y(s) * g(s, \sigma_i)$$

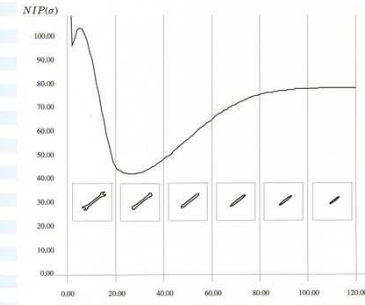
$$\dot{x}(s, \sigma_i) = \dot{x}(s) * \dot{g}(s, \sigma_i), \quad \dot{y}(s, \sigma_i) = \dot{y}(s) * \dot{g}(s, \sigma_i)$$

$$\ddot{x}(s, \sigma_i) = \ddot{x}(s) * \ddot{g}(s, \sigma_i), \quad \ddot{y}(s, \sigma_i) = \ddot{y}(s) * \ddot{g}(s, \sigma_i)$$

$$k(s, \sigma_i) = \frac{\ddot{y}(s, \sigma_i)\dot{x}(s, \sigma_i) - \dot{y}(s, \sigma_i)\ddot{x}(s, \sigma_i)}{(\dot{x}(s, \sigma_i)^2 + \dot{y}(s, \sigma_i)^2)^{3/2}}$$



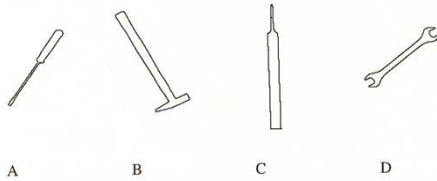
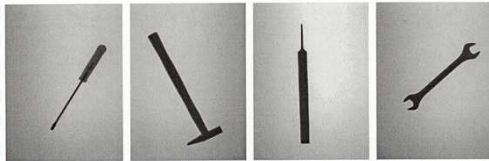
## Oblika iz obrisa



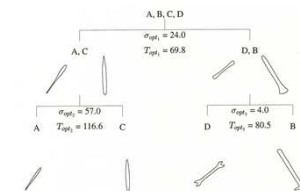
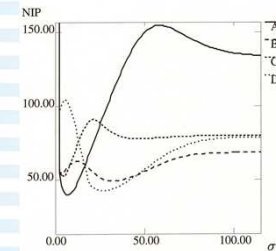
Prostor ločljivosti  $NIP(\sigma_i) = \int_0^L |k(s, \sigma_i)| ds,$



## Oblika iz obrisa



## Oblika iz obrisa



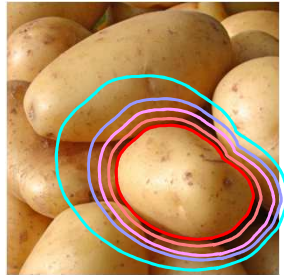


## Aktivni modeli krivulj

Aktivni modeli krivulj (kače) (Kass, Witkin, Terzopoulos):  
Krivuljo položimo na slikovno ravnino in jo prilagodimo na vsebino slike.

Krivuljo  $v(s)=(x(s),y(s))$ ,  $s \in [0,1]$  prilagodimo na krompir.

- Želimo, da je krivulja
- zvezna
  - primerno gladka in
  - se dobro prilaga objektu



## Aktivni modeli krivulj

Elastični model krivulje

$$E_m(v(s)) = \frac{1}{2} \left( \alpha(s) \left| \frac{\partial v(s)}{\partial s} \right|^2 + \beta(s) \left| \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} \right|^2 \right)$$

Elastika - elastičnost

Struna - togost

Minimum energijskega funkcionala poiščemo z rešitvijo Eulerjeve diferencialne enačbe:

$$-\alpha(s) \frac{\partial^2 v(s)}{\partial s^2} + \beta(s) \frac{\partial^4 v(s)}{\partial s^4} + \nabla P(v(s)) = 0$$

Prispevek slike



## Aktivni modeli krivulj

- Imamo model obrisa in ga prilagajamo (zvijamo, raztezamo, stiskamo brez trganja ali pregibanja) na področje.
- Krivulji  $v(s)=(x(s),y(s))$ ,  $s \in [0,1]$  pripada energijski funkcional  $E(v)$ :

$$E(v) = \int_0^1 (E_m(v(s)) + E_{ext}(v(s))) ds$$

„Prilagajamo“ pomeni iščemo stanje minimalne energije  $E(v)$ . Iščemo tak  $v$ , pri katerem ima  $E$  najmanjšo vrednost.

Notranja energija

Elastični model krivulje

Zunanja energija

Prispevek slike



## Diskretna oblika kače

Z diskretizacijo po metodi končnih diferenc (za  $i$ -to točko krivulje):

$$\frac{1}{h} \left( \frac{\alpha_i}{h} (v_i - v_{i-1}) - \frac{\alpha_{i+1}}{h} (v_{i+1} - v_i) \right) + \frac{1}{h^2} \left( \frac{\beta_{i-1}}{h^2} (v_{i-2} - 2v_{i-1} + v_i) - \frac{2\beta_i}{h^2} (v_{i-1} - 2v_i + v_{i+1}) + \frac{\beta_{i+1}}{h^2} (v_i - 2v_{i+1} + v_{i+2}) \right) + \nabla P(v_i) = 0.$$

Za vse točke krivulje in  $v$  matrični obliki:

Vektor diskretnih točk krivulje

$$A\mathbf{v} + \nabla P(\mathbf{v}) = 0$$

'Privlačno' polje, ki ga generira slika

Matrika prožnosti (model krivulje)



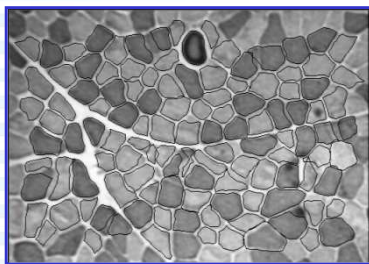
### Zunanja energija - primer



### Kače v sledenju - primera



### Kače - primer segmentacije



- Kače so zelo občutljive na lokalne minimume.
- Problem je inicializacija kač
- V osnovi zahtevajo gladkost krivulje - ne vsebujejo modela oblike
- Rešitev: kače z vgrajenimi modeli
- Aktivni modeli oblike (ASM) (Tim Cootes)

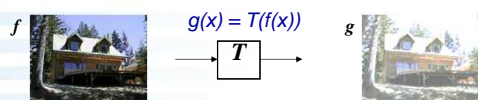


### Geometrijske preslikave

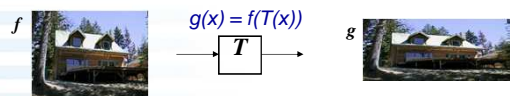


## Geometrijske preslikave

Filtriranje slik je predvsem transformacija vrednosti pikslov



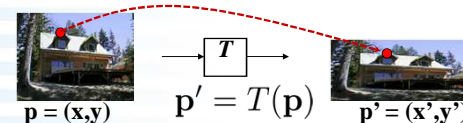
Geometrijska transformacija pa vpliva na geometrijo slike



Geometrijske transformacije so pomembne pri poravnavanju oz. usklajevanju oz. registraciji slik (Angl. Image registration) in še marsikje.



## Globalne transformacije



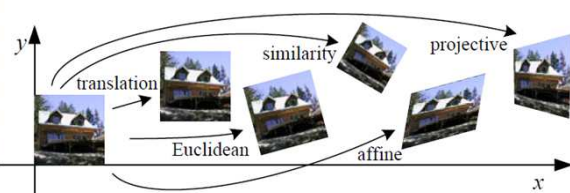
Transformacija T točki p spremeni koordinate  
Globalna transformacija je enaka za vse piksele.  
(Lokalne transformacije ne delujejo enako na vse piksele).

Linearno transformacijo zapišemo z matriko.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad p' = M \cdot p$$



## Geometrijske transformacije



### Osnovne transformacije:

Premik ali translacija (angl., translation)  
 Evklidska (angl., Euclidean) == rotacija in premik (tudi toga oz „rigidna“)  
 Podobnostna (angl., similarity) == rotacija, premik, velikost ali „skala“  
 Afina (angl., affine) ... ohranja vzporednost ravnih črt  
 Projektivna (angl., projective) ... vzporedne črte niso več vzporedne

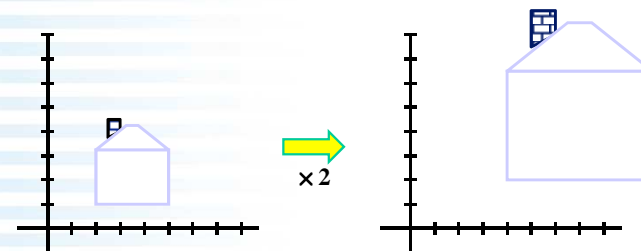
Poleg teh so pa še „krive“ oz „deformabilne“ (angl. Deformable).  
 Prav te so danes predmet številnih raziskav.



## Uniformno skaliranje

Skaliranje pomeni, da vse koordinate pomnožimo s skalarjem.

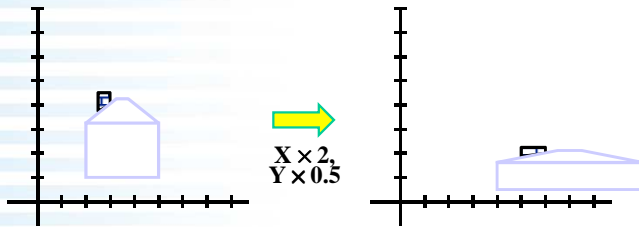
Uniformno skaliranje pomeni, da je skalar enak za vse koordinatne osi.





## Neuniformno skaliranje

**Neuniformno skaliranje** pomeni, da vsako koordinatno os pomnožimo s svojim skalarjem. Oblika predmetov se zato spremeni.



## Rotacija, strig in zrcaljenje

**Rotacija** okoli izhodišča:

$$\begin{aligned} x' &= \cos \Theta x - \sin \Theta y \\ y' &= \sin \Theta x + \cos \Theta y \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta \\ \sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

**Striženje:**

$$\begin{aligned} x' &= x + \alpha_x y \\ y' &= \alpha_y x + y \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_x \\ \alpha_y & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

**Zrcaljenje:**

$$\begin{aligned} x' &= -x \\ y' &= -y \end{aligned} \quad \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



## Skaliranje

Operacija skaliranja zapisana po komponentah

$$x' = ax$$

$$y' = by$$

Operacija skaliranja v matrični obliki

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

matrika skaliranja S



## Linearne transformacije

Transformacija premika slike ni linearna v 2D prostoru

$$x' = x + t_x$$

$$y' = y + t_y$$

Zato vpeljemo homogene koordinate

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + t_x \\ y + t_y \\ 1 \end{bmatrix}$$



## Osnovne 2D transformacije

Transformacije kot matrike velikosti 3x3 (homogene koordinate)

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

translacija

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

skaliranje

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & -\sin \Theta & 0 \\ \sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

rotacija

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_x & 0 \\ \alpha_y & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

striženje

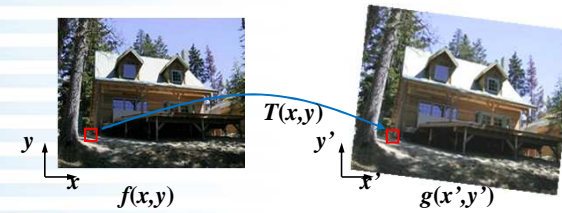
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

projektivna transformacija



## Izvedba transformacije

Poznamo transformacijo  $[x',y'] = T(x,y)$  in izvorno sliko  $f(x,y)$ .  
Kako izračunamo transformirano sliko  $g(x',y') = f(T(x,y))$  ?

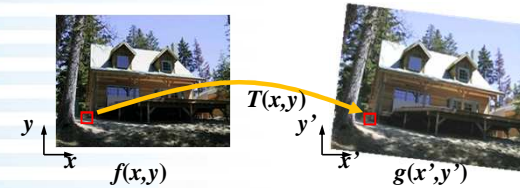


## Osnovne 2D transformacije

Transformacija	Matrika	#DoF	Ohranja	Ikona
Translacija	$[I t]_{2 \times 3}$	2	smer	<input type="checkbox"/>
Toga (Evklidska)	$[R t]_{2 \times 3}$	3	dolžine	<input type="checkbox"/>
Podobnostna	$[sR t]_{2 \times 3}$	4	koti	<input type="checkbox"/>
Afina	$[A]_{2 \times 3}$	6	vzporednost	<input type="checkbox"/>
Projektivna	$[H]_{3 \times 3}$	8	ravnost	<input type="checkbox"/>



## Naivna transformacija



Za vsak piksel iz  $f$  na koordinatah  $(x,y)$

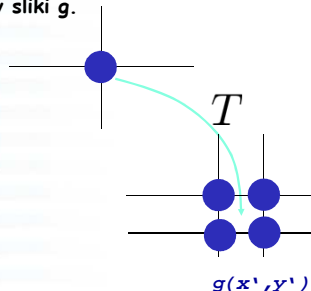
- Izračunaj nove koordinate,  $[x',y'] = T(x,y)$ .
- Na nove koordinate v sliki  $g(x',y')$  „prenesi“ barvo piksla  $f(x,y)$

Težave?



## Težava naivne transformacije

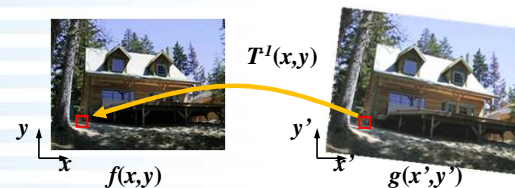
V splošnem preslikani piksel iz  $f$  ne pade na mrežo v sliki  $g$ .



Možni primeri:  
 Več pikselov iz  $f$  se preslika v piksel v  $g$ .  
 Noben piksel iz  $f$  se ne preslika v piksel  $g$ -ja.



## Manj naivna transformacija

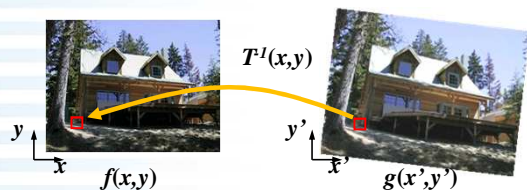


Problem interpolacije: *Barvo katerega piksla potem vzeti?*

- Vzemi barvo **najbližjega sosedu** v  $f$  na transformiranih koordinatah  $T^{-1}(x,y)$  (angl., nearest neighbor)
- Barvo piksla izračunaj iz **več najbližjih sosedov** v  $f$ :
  - Bilinearna, bikubična, ... itd.
- Op.: Za večino primerov zadostuje „bilinearna“ oz 2d linearna.



## Manj naivna transformacija



Za vsak piksel iz  $g$  na koordinatah  $(x',y')$

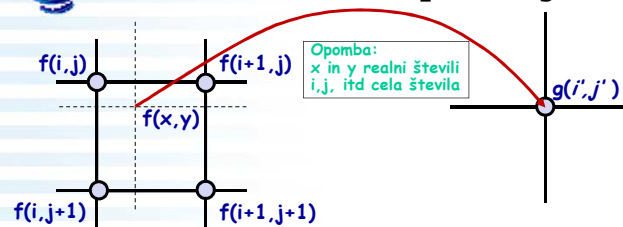
- Izračunaj koordinate  $(x,y)$  preko **inverza**  $[x,y]=T^{-1}(x',y')$
- Barvo piksla  $f(x,y)$  preslikaj v barvo piksla  $g(x',y')$

Postopek zagotavlja, da zapolnimo vse piksele v sliki  $g(x',y')$

- *vendar sedaj koordinate  $(x,y)$  ne ležijo nujno na mreži slike  $f$ .*



## Bilinearna interpolacija



Na primer najprej po  $x$ :

$$f(x,j) = (i+1-x)*f(i+1,j) + (x-i)*f(i,j)$$

$$f(x,j+1) = (i+1-x)*f(i+1,j+1) + (x-i)*f(i,j+1)$$

nato po  $y$ :

$$f(x,y) = (j+1-y)*f(x,j+1) + (y-j)*f(x,j)$$

in vrednost piksla v transformirani sliki je:

$$g(i',j') = f(x,y)$$



## Interpolacija/decimacija

Transformacije povzročijo spreminjanje (lokalne ali globalne) ločljivosti v sliki.

Dva tipična primera:

- Redukcija ali decimacija - zmanjševanje slike (angl., downsampling, decimation)
- Povečava ali interpolacija - povečevanje slike (angl., upsampling, interpolation)

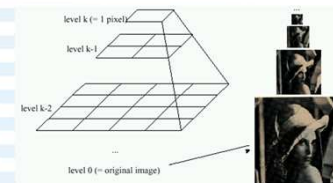


## Slikovne piramide

Predstavi sliko kot zaporedje slik, kjer vsaka naslednja slika predstavlja „nizko frekvenčni ostanek“ prejšnje slike.

Gaussova piramida:

- Sliko zgladimo z Gausovim filtrom in jo zmanjšamo na pol
- Postopek ponovimo na zmanjšani sliki



Veliko primerov uporabe:  
 Poravnavanje slik  
 Kodiranje slik  
 Segmentacija slik  
 Zlivanje (fuzija) slik.  
 Itd.

[Burt and Adelson, 1983]



## Pomembno

Predno sliko „zmanjšamo“ oziroma **podvzorčimo**, ji moramo odstraniti visoke frekvence:

- Najprej odstrani visoke frekvence z Gausovim filtrom
- Nato podvzorči z metodo najbližji sosed (ali višjega reda)
- S tem preprečimo „zrcaljenje“ visokih v nizke frekvence.



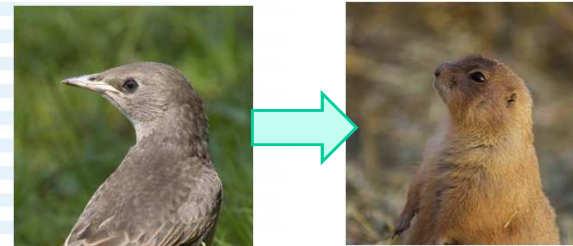
## Nelinearne lokalne transformacije

$$x' = x' (x, y) = x + u(x, y) = x + u_x x + u_y y$$

$$y' = y' (x, y) = y + v(x, y) = y + v_x x + v_y y$$

Potrebujemo **gosto polje deformacij** - nelinearen predpis, ki nam za vsak piksel predpiše novo lego.

Temeljno prašanje: kako določiti polje deformacij?

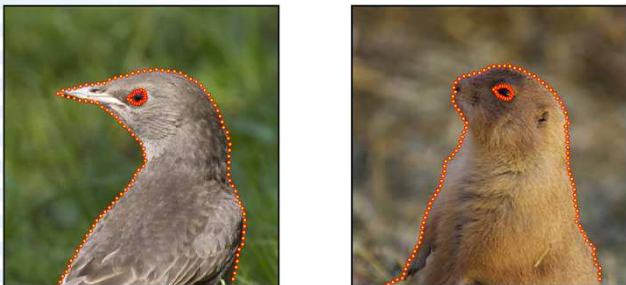






## Primer gladke deformacije

Ročno označimo korespondenčne točke v slikah



## Področja uporabe

Poravnavanje slik  
Mozaičenje  
Segmentacija  
Razpoznavanje objektov

Kartografija, GIS\*  
Proizvodna kontrola, nadzor  
Medicina  
itd

Poravnava zahteva:  
merjenje podobnosti med slikama (kdaj drugič)  
transformacijo eno od slik ali obeh



## Primer gladke deformacije

Interpoliraj kontrolne točke tako, da dobimo nove lokacije točk




Ampak pravi izziv je kako določiti korespondenco avtomatično

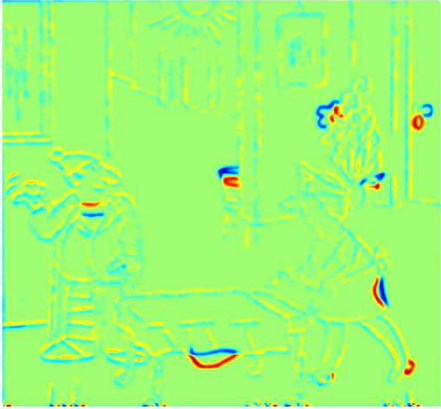



## Poravnavanje slik

Sliki se razlikujeta v osmih podrobnostih. Jih najdeš?

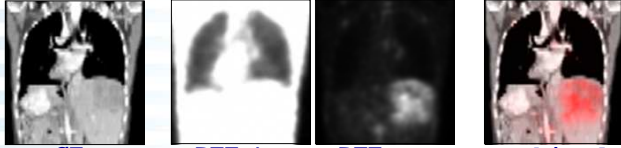


 **Poravnavanje slik**



 **Primeri poravnav (1)**

Združevanje informacije CT in PET slik:




CT      PET-tr      PET-em      combined CT and PET-em

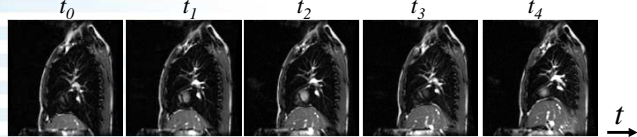
 **Poravnavanje slik**

S poravnavo lahko ugotavljamo razlike med slikami!

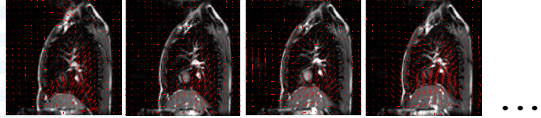


 **Primeri poravnav (2)**

Rekonstrukcija gibanja pri dihanju:



*estimated motion*

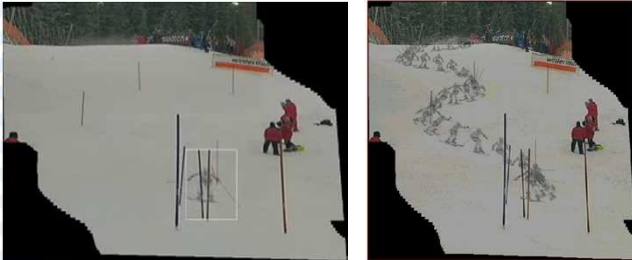


$t_0 \rightarrow t_1$      $t_1 \rightarrow t_2$      $t_2 \rightarrow t_3$      $t_3 \rightarrow t_4$     ...



## Mozaičenje

S poravnavo lahko „šivamo“ slike



I. Lesjak, A. Leonardis (mozaičenje)



## Literatura

- R. Gonzalez, R. Woods, Digital Image Processing, Prentice Hall, 2002.
- M. Sonka, V. Hlavac, R. Boyle, Image Processing, Analysis, and Machine Vision, PWS Publishing, 1999.
- HyperMedia Image Processing Reference  
[http://www.cee.hw.ac.uk/hipr/html/hipr\\_top.html](http://www.cee.hw.ac.uk/hipr/html/hipr_top.html)
- Matrox Inspector